

**UOT 5.004**

**K.A.Salmanova**  
*Gəncə Dövlət Universiteti*  
*k.salmanova@mail.ru*

## **RİYAZİ OBYEKT LƏRİN VƏ ANLAYIŞLARIN VİZUALLAŞDIRILMASI TEXNOLOGİYASI**

**Açar sözlər:** *riyazi obyekt, vizuallaşdırma, texnologiya, riyazi model, fəza*

Vizuallaşdırma vasitələri və texnologiyalarının seçimi əlçatanlıq, asanlıq, səmərəlilik və digər amillər baxımından vacibdir. Ən böyük səmərəlilik insan və vaxt resurslarının maksimum xərclənməsi ilə əldə edilir. Aşkar və ümumi üsul hazır proqramlardan istifadə etməkdir.

Riyazi obyektlərin və anlayışların göstərilən obyektin riyazi modelinin təsviri, vizuallaşdırma ölçüsünün seçimi, əlavə vizuallaşdırmaların təsviri, vizuallaşdırma parametrlərinin seçilməsi, obyekt dinamikasının modelləşdirilməsi, istifadəçinin qarşılıqlı əlaqə interfeysinin təşkili, invariant elementlər əsasında vizuallaşdırma alətinin yaradılması kimi addımları əhatə edən vizuallaşdırılma texnologiyası hazırlanmışdır.

Təsvir edilən riyazi modeli vizuallaşdırmaq üçün ikiölçülü və ya üçölçülü fəza seçilə bilər. İkiölçülü vizuallaşdırma üçölçülü məkana yerləşdirilsə, onun ikiölçülü olması daha inandırıcı şəkildə müşahidə olunacaq. Seçimdən istifadə edərkən ekranda görünən seçim kursoru ilə vizuallaşdırma detallı seçilir. Belə bir detal düzxətli hərəkət üzərində sabit qüvvədir, əlavə vizuallaşdırma qrafikləri seçilmiş seqment boyunca hərəkət edərkən sabit qüvvənin gördüyü və əvvəldən əyri seqmentdən seçilmiş düzxətli seqmentə hərəkət edərkən dəyişən qüvvənin gördüyü işi vurğulayır.

**K.A.Салманова**

## **ТЕХНОЛОГИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ПОНЯТИЙ**

**Ключевые слова:** *математический объект, визуализация, технология, математическая модель, пространство*

Выбор инструментов и технологий визуализации важен с точки зрения доступности, простоты, эффективности и других факторов. Наибольшая эффективность достигается при максимальных затратах человеческих и временных ресурсов. Очевидный и распространенный метод – использование готовых программ.

Разработана технология визуализации, включающая такие этапы, как описание математической модели объекта математических объектов и понятий, выбор размера визуализации, описание дополнительных визуализаций, выбор параметров визуализации, моделирование объекта. динамика, организация

интерфейса взаимодействия с пользователем и создание средства визуализации на основе инвариантных элементов.

Для визуализации описываемой математической модели можно выбрать двухмерное или трехмерное пространство. Если двухмерную визуализацию поместить в трехмерное пространство, ее двумерность будет наблюдаться более убедительно. При использовании опции детали визуализации выбираются курсором опции, который появляется на экране. Одной из таких деталей является постоянная сила при прямолинейном движении, с дополнительными графиками визуализации, показывающими работу, выполняемую постоянной силой, движущейся вдоль выбранного сегмента, и работу, выполняемую переменной силой, перемещающейся от первоначально изогнутого сегмента к выбранному прямолинейному сегменту.

*K.A.Salmanova*

## **TECHNOLOGY OF VISUALIZATION OF MATHEMATICAL OBJECTS AND CONCEPTS**

**Keywords:** *mathematical object, visualization, technology, mathematical model, space*

The choice of visualization tools and technologies is important in terms of accessibility, ease, efficiency, and other factors. The greatest efficiency is achieved with the maximum expenditure of human and time resources. The obvious and common method is to use ready-made programs.

A technology for visualizing mathematical objects and concepts has been developed, which includes steps such as description of the mathematical model, choosing the size of the visualization, description of additional visualizations, choice of visualization parameters, simulation of object dynamics, organization of user interaction interface, creating a visualization tool based on invariant elements.

To visualize the described mathematical model, two-dimensional or three-dimensional space can be chosen. If a two-dimensional visualization is placed in a three-dimensional space, its two-dimensionality will be observed more convincingly. One of these details is a constant force in a rectilinear motion, with additional visualization graphs that highlight the work done by a constant force moving along a selected segment, and the work done by a variable force moving from an initially curved segment to a selected rectilinear segment.

### **Giriş**

Ali riyaziyyat kursunda tez-tez belə materiallar var ki, onların təqdimatı üçün lövhədə statik rəsm kifayət etmir. Bu zaman müəllim tələbənin təxəyyülünə arxalanaraq rəsmi dinamikasının izahatlarına müraciət etmək məcburiyyətində qalır. Elektron dərslikdən və ya multimedia proyektorundan istifadə edərkən, bu ehtiyac artıq lazım deyil, çünki rəsmi istənilən dinamikası kompüterdən istifadə edərək keyfiyyətə təsvir edilə bilər [1, s.165].

Vizuallaşdırma vasitələri və texnologiyalarının seçimi əlçatanlıq, istifadənin asanlıq, tətbiqin səmərəliliyi və digər amillər baxımından vacibdir. Aydınır ki, ən böyük səmərəlilik insan və vaxt resurslarının maksimum xərclənməsi ilə əldə edilir.

### **Material və metodika**

Gəlin bu cür problemlərin həlli üçün əsas yanaşmaları nəzərdən keçirək.

1. Tətbiqi riyazi paketlər vasitəsilə obyektlərin vizuallaşdırılması. Ən aşkar və ümumi üsul hazır proqramlardan istifadə etməkdir. Tətbiqi proqram təminatı bazarında bir neçə böyük riyazi paketlər üstünlük təşkil edir: Mathematica, Maple, MathCad, MatLab və həmçinin dar diapazonlu məsələlərin həllinə yönəlmiş çoxlu kiçik layihələr var. Bu alətlər riyazi obyektlərin və anlayışların vizuallaşdırılması üçün geniş imkanlar yaradır [1, s.168]. Bu yanaşmanın aşkar üstünlükləri proqram məhsullarının ümumi mövcudluğu, müxtəlifliyi və ümumi halda zəmanətli sabitliyidir. Bununla belə, proqram təminatının müxtəlifliyi öyrənmək və ən uyğun paketi tapmaq üçün xeyli resurs tələb edir, zəmanətli sabitlik üçün çox vaxt yüksək qiymət müəyyən edilir və əlavə olaraq, heç vaxt əmin olmaq olmaz ki, bu cür vizualizasiya təcrübəli müəllimin tələblərini ödəyəcək.

2. İnteraktiv kompüter qrafikası vasitəsilə obyektlərin vizuallaşdırılması. Animasiya anlayışların illüstrasiya üsulu kimi kompüter multimedia texnologiyalarının inkişafı ilə geniş yayılmışdır. Kadr-kadr çəkmədən vektor obyektlərinin davranışını təsvir etməyə keçid animatorun işini əhəmiyyətli dərəcədə azaldıb, lakin vizual alətlərə bir sıra məhdudiyətlər qoyub. Dəqiq qrafik konstruksiyalarla işləyən riyaziyyat yalnız bu keçiddən faydalandı. Kompüter animasiyasının ən məşhur vasitəsi Flash vektor qrafikası texnologiyasıdır. Flash-animasiya inkişaf mühitinin çevik alətləri animasiya hərəkətinin təsvirini avtomatlaşdırmaq və obyektlərin görünüşünü dəyişdirmək üçün əlverişli imkan verir, həmçinin videolara interaktiv elementləri daxil etməyə imkan verir. Flash-dan istifadənin şübhəsiz üstünlüyü həm də flaş-filmlərin hipermetn işarələmə dilləri ilə tam uyğunluq imkanındır. Auditoriya qarşısında proyektordan istifadə edərək konsepsiyanın illüstrasiyasını istənilən animasiya vasitəsi ilə həyata keçirmək olar, lakin əgər söhbət konsepsiyaların illüstrasiyalarından ibarət elektron dərsliklərin yaradılmasından gedirsə, onda Flash-a üstünlük verilir. Bununla belə, Flash texnologiyasının kifayət qədər açıq çatışmazlıqları var. Sadə riyazi anlayışların (funksiya qrafiki, Eylər diaqramları, sabit işarə intervalları və s.) təsvirinə gəldikdə, Flash bu tapşırıqların öhdəsindən çox yaxşı gəlir. Əgər üçölçülü obyekt vizuallaşdırmaq lazımdırsa, onda Flash-dan istifadə son dərəcə səmərəsiz olacaq: tərtibatçı ya "gözlə" bir izometriya quracaq ya da proyeksiyaları hesablamaq məcburiyyətində qalacaq. Bu cür yanaşmalar statik rəsm qurarkən əsaslandırılır,

lakin obyektlerin canlandırılmasına və ya görünüşün dinamik şəkildə dəyişdirilməsinə gəldikdə deyil. 3D vizuallaşdırmalar daha mürəkkəb tətbiq qrafik paketlərindən (məsələn, 3DsMax) istifadə etməklə də canlandırıla bilər, lakin bu yanaşma vizuallaşdırma interaktivliyini itirir.

3. Instrumental qrafik kitabxanalar vasitəsilə obyektlerin vizuallaşdırılması. Kompüter qrafikasının proqram interfeysləri (API) vasitəsi ilə iki və üçölçülü qrafik obyektlerin qurulması üsulu yuxarıda sadalananlardan xeyli mürəkkəbdir, lakin onun məharətlə istifadəsi ilə; heyrətamiz nəticələr əldə edə bilərsiniz. Bu cür alətlər arasında DirectX və OpenGL seçilir və açıq mənbə və multiplatformaya görə ikinciyə çox vaxt üstünlük verilir. OpenGL tərtibatçıya 2D və 3D konstruksiyalar üçün əsas qrafik primitivlər dəsti təqdim edir və inkişaf mühiti riyazi hesablamalar üçün güclü hesablama vasitələrindən istifadə etməyə imkan verir. OpenGL vasitəsilə bir çox mürəkkəb riyazi anlayışlar (dinamikanın və interaktivliyin elementləri ilə) çox aydın şəkildə təsvir olunur: kosmosda əyriyə və səthlər, bir neçə dəyişənli funksiyaların müəyyən inteqral və inteqralları, funksiyaların limit davranışları. OpenGL-dən istifadə etməklə siz təkcə riyaziyyatdan deyil, həm də digər fənlərdən (məsələn, fizikadan - kütlə paylanması sıklığı, əyri xətti müstəvidə qüvvənin işi) anlayışları effektiv şəkildə vizuallaşdırma bilərsiniz.

Belə yanaşmadan istifadə edərkən bu işlərin mürəkkəbliyi onun yeganə çatışmazlığıdır. Bu cür vəzifələri təyin edərkən ortaya çıxan müəyyən çətinliklərə əlavə olaraq, işlənmə prosesinin özü də çətinlikdir.

4. Riyazi obyektlerin və anlayışların vizuallaşdırılması texnologiyası çərçivəsində hazırlanmış alətlərlə obyektlerin vizuallaşdırılması. Müəyyən bir inkişaf mərhələsində konsepsiyanın hər bir fərdi vizuallaşdırılmasının hansısa ümumi sxemə əsasən formalaşdığı müşahidə edilmişdir. Bundan əlavə, bir sıra invariant elementlər var ki, onların köməyi ilə riyazi obyektin təsviri qurulur. Bununla əlaqədar olaraq, riyazi obyektlerin və anlayışların vizuallaşdırılması texnologiyası hazırlanmışdır ki, bu da aşağıdakı addımları əhatə edir: 1. Göstərilən obyektin riyazi modelinin təsviri. 2. Vizuallaşdırma ölçüsünün seçimi. 3. Obyekt üçün əlavə vizuallaşdırmaların təsviri. 4. Vizuallaşdırma parametrlərinin seçilməsi. 5. Obyekt dinamikasının modelləşdirilməsi. 6. İstifadəçinin qarşılıqlı əlaqə interfeysinin təşkili. 7. Invariant elementlər əsasında vizuallaşdırma alətinin yaradılması.

Əsas anlayışları müəyyən edək. Texnologiya kontekstində riyazi model anlayışın tərifinin təsviridir, yəni tərifdə iştirak edən funksiyaların və məhdudiyətlərin seçilməsi.

Vizuallaşdırma ölçüsü. Tapşırıqdan asılı olaraq vizuallaşdırma həm ikiölçülü, həm də üçölçülü məkanda həyata keçirilə bilər.

Əlavə vizualizasiyalar. Bəzi hallarda konsepsiyanın vizuallaşdırılması qrafik və ya histoqram kimi əlavə vizuallaşdırma tələb edə bilər. Vizuallaşdırma

seçimləri vizuallaşdırma elementlərini fərdiləşdirməyə imkan verir. Belə parametrlər, məsələn, xəttin qalınlığı, şəffaflıq, bölünmələrin sayı və s.

Obyektin dinamikasının modelləşdirilməsi aşağıdakı kimi ifadə edilir. Hər şeydən əvvəl, animasiya zamanı dəyişməli olan obyektin xüsusiyyətlərini seçməlisiniz. Bundan sonra, limit qiymətləri müəyyən edilməlidir.

Beləliklə, hər bir xüsusiyyət üçün iki qiymət müəyyən ediləcək: animasiyanın əvvəlində və sonunda (bir qayda olaraq, əsas, statik, vizual olaraq istifadə olunur). Animasiya zamanı cari qiymət onların arasında xətti interpolyasiya ilə hesablanır.

Qarşılıqlı əlaqə interfeysi. İstifadəçiyə yalnız siçan vasitəsilə vizualizasiyaya müxtəlif baxış bucaqlarından baxmaq deyil, həm də vizualizasiyanın müəyyən hissəsini ətraflı öyrənmək imkanı verilməlidir (məsələn, əyri üçün bu, nöqtənin seçilməsi və bu nöqtədə funksiyanın qiymətinin göstərilməsi).

İnvariant elementlər. Bir çox mürəkkəb obyektlər müəyyən bir tapşırıq üçün fərdiləşdirilə bilən sadə elementlərdən ibarətdir. Belə elementlər nə qədər çox olarsa, vizuallaşdırma vasitələrinin qurulması üçün bir o qədər çox imkanlar var. İnvariant elementlərə aşağıdakılar daxildir: ikiölçülü koordinatlar şəbəkəsi, müstəvi əyrisi, sahə, ölçülü kub, fəza əyrisi, səth, vektor və s.

Hazırkı təsvirdə "obyekt" anlayışı təqdim olunan anlayışa istinad etmək üçün istifadə olunur. Birincisi, bu, obyekt yönümlü proqramlaşdırma paradigması ilə bağlıdır, çünki hər bir vizual elementi öz xüsusiyyətləri və metodları olan bir obyekt kimi təsəvvür etmək daha asandır. İkincisi, texnologiya qrafik təsvirə əsaslandığından, göstərilən elementlərin ayrı-ayrı xətlər və çoxbucaqlılar çoxluqları kimi deyil, obyektlər kimi təqdim edilməsi daha düzgündür.

5. İkinci növ əyrixətli inteqralın fiziki mənasının vizuallaşdırılması nümunəsində texnologiyanın tətbiqi [2, s.25].

Riyazi model

$$\int_{(AB)} P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z)dz$$

İkinci növ əyrixətli inteqralın fiziki təfsiri

$$F(x, y, z) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$$

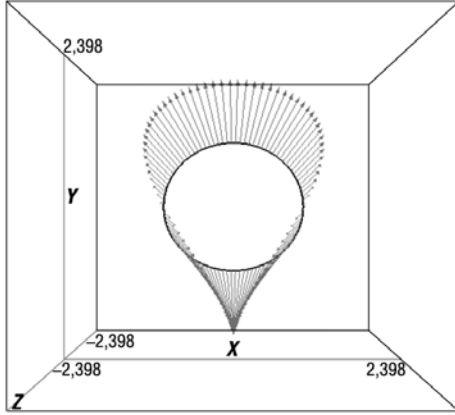
(AB) üzrə əyrixətli hərəkətdə olan dəyişən qüvvənin işidir.

İstiqamətləndirilmiş xətt (AB) parametrik diferensiallanan funksiyalarla verilir:

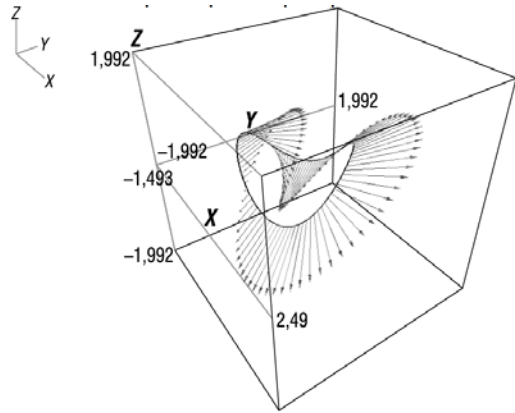
$x=x(t)$ ,  $y=y(t)$ ,  $z=z(t)$ , burada  $t \in [A, B]$  - A və B nöqtələri üçün t parametrlərinin qiymətləridir. P, Q, R funksiyaları da (AB) üzərində kəsilməzdir.

Vizuallaşdırmanın ölçüsü. Təsvir edilən riyazi modeli vizuallaşdırmaq üçün ikiölçümlü və ya üçölçümlü fəza seçilə bilər [3, s.227]. Üstəlik, ikiölçümlü

vizuallaşdırma üçölçülü məkana yerləşdirilərsə, onda onun ikiölçülü olması daha inandırıcı şəkildə müşahidə olunacaq (Şəkil 1, 2).

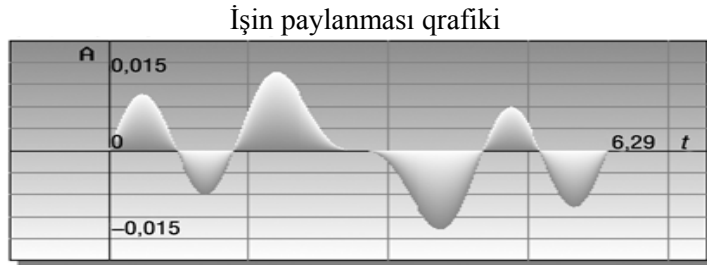


Şəkil 1. Üçölçülü fəzada ikiölçülü vizuallaşdırma

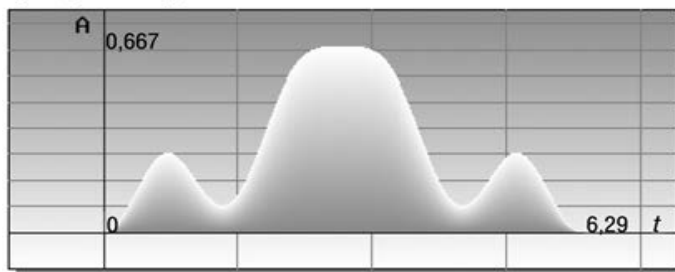


Şəkil 2. Üçölçülü vizuallaşdırma

Əlavə vizuallaşdırma. İşin həcmi vizuallaşdırmaq üçün işin paylanması və yığılmasının qrafiklərindən istifadə olunur (Şəkil 3).



İşin toplanması qrafiki



Şəkil 3. Əlavə vizuallaşdırma

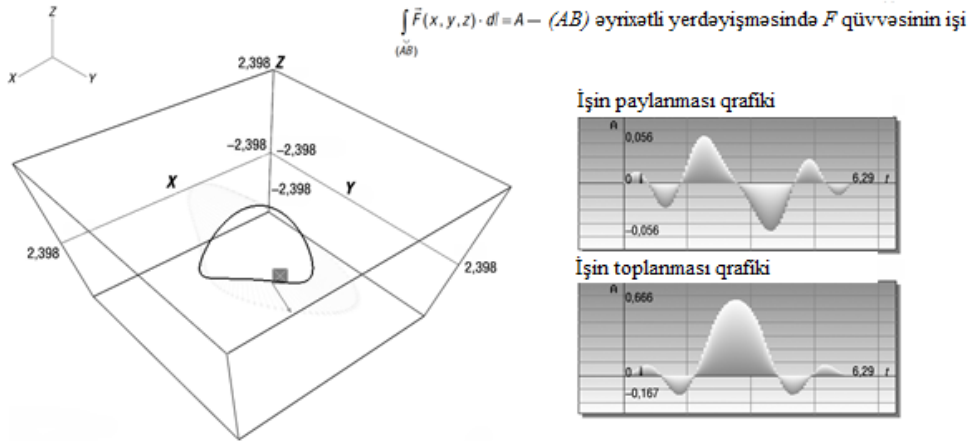
Vizuallaşdırma parametrləri:

- vektorların rəngi;
- fəza xəttinin qalınlığı;
- fəza xəttinin rəngi;
- kəsiklərin sayı (fəza xətti üçün);
- əlavə vizuallaşdırma üçün gradientin maksimum və minimum rəngləri.

Dinamika.

İkinci növ əyrixətli inteqralın tərifindən belə çıxır ki, (AB) üzrə əyrixətli yerdəyişmə zamanı dəyişən  $\vec{F}$  qüvvəsinin işinin qiyməti elementar toplananlardan - kiçik düzxətli yerdəyişmələrdə sabit qüvvələrin  $\Delta\vec{l}$  işinin cəmindən əmələ gəlir, bir şərtlə ki,  $|\Delta\vec{l}| \rightarrow 0$ .

Qarşılıqlı əlaqə interfeysi. Siçandan istifadə edərək istifadəçi proqramla əlaqə saxlaya bilər. Siçanın sağ klikləməsi səhnə fırlanmalarını, sol klik isə seçim sistemini aktivləşdirir (Şəkil 4).



$$AB: \begin{cases} x(t) = \sin(t) \\ y(t) = \cos(t) \\ z(t) = \sin(t) \cdot \cos(t) \\ 0 \leq t \leq 6.29 \end{cases}$$

$$F: \begin{cases} P(x(t), y(t), z(t)) = x(t) \cdot y(t) \\ Q(x(t), y(t), z(t)) = y(t) \\ P(x(t), y(t), z(t)) = \sin(z(t)) \end{cases}$$

Şəkil 4. Seçim sistemindən istifadəyə misal

### Nəticə

Seçim seçimindən istifadə edərkən ekranda seçim kursoru görünür, onun köməyi ilə vizuallaşdırma detallı seçilir. Bu zaman vizuallaşdırma elə həyata keçirilir ki, istifadəçinin diqqəti seçilmiş detala yönəlsin. Bu tapşırıq üçün belə bir detal düzxətli hərəkət üzərində sabit qüvvədir, əlavə vizuallaşdırma

qrafikləri seçilmiş seqment boyunca hərəkət edərkən sabit qüvvənin gördüyü işi və əvvəldən əyri seqmentdən seçilmiş düzxətli seqmentə hərəkət edərkən dəyişən qüvvənin gördüyü işi vurğulayır. İnvariant elementlər: ölçülü kub, istinad nöqtəsi, fəza xətti, vektor, ikiölçülü koordinatlar şəbəkəsi, sahə.

## ƏDƏBİYYAT

1. *Возженников А.П.* Способы реализации интерактивных сценариев образовательной анимации в математике с использованием Macro - media Flash. Материалы МНТК «Наука и образование-2005». Ч. IV. Мурманск, 2005. С. 163–166.
2. *Голубев В.О., Меев А.Н., Кацуба В.С.* Программный модуль «Визуализация определений и вычисление значений определенного, двойного, тройного интеграла» // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск, 28 февраля - 1 марта 2007 г.). Томск: Изд-во ТПУ, 2007. С. 25–26.
3. *Голубев В.О., Кацуба В.С.* Технология визуализации сложных математических понятий // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск, 26 февраля-28 февраля 2008 г.). Томск: Изд-во ТПУ, 2008. С. 227–228.

Redaksiyaya daxil olub 26.05.2023