

UOT 372.83

M.V.Abdullayeva
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
azeriteacher@yahoo.com

MƏTNLİ RİYAZIYYAT MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİNƏ YENİ YANAŞMA

Açar sözlər: riyaziyyat, mətnli məsələ, riyaziyyat kurikulumu, məsələ həlli

Məqalə riyaziyyat dərslərində mətnli məsələ həlli metodikasından bəhs edir.

Məsələ həlli riyaziyyat təliminin əsas tərkib hissəsidir. Məsələlər riyaziyyatın tədrisinin ən vacib vəzifəsinin - şagirdlərin təfəkkürünün və yaradıcılıq fəaliyyətinin inkişafı üçün lazım olan ən güclü materialdır. Mətnli məsələlərdən ibtidai təhsil səviyyəsindən başlayaraq riyaziyyatın hər bir məzmun xəttinə aid standartlarının reallaşdırılmasında istifadə olunur. İbtidai siniflərdə əsasən hesab məsələləri, eyni zamanda cəbr, həndəsə, statistika və ehtimala aid məsələlər öyrədilir. Ümumi orta təhsil və tam orta təhsil səviyyələrində isə standartların reallaşdırılmasında cəbr, həndəsə, riyazi analiz, statistika və ehtimala aid məsələlər həll edilir.

Məsələlərin şüurlu və məqsədyönlü şəkildə həll edilməsi üçün şagirdlərə məsələlərin həlli metodikası, eyni zamanda həll üsulları və yazılış formaları öyrədilir. Hazırda ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyat məsələlərinin həlli Polya nəzəriyyəsinə əsaslanır.

Tədqiqatın əsas məqsədi riyaziyyat dərslərində mətnli məsələlərin həlli probleminin və ya real problemin necə həll olunacağını təqdim etməkdir.

Məqalə riyaziyyat dərslərində mətnli məsələ həlli zamanı yaranan problemlərin həllinə kömək məqsədilə yazılmışdır.

M.B.Абдуллаева

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Ключевые слова: математика, текстовые задачи, учебная программа по математике, решение задач

В статье говорится о методике решения текстовых задач на уроках математики.

Решение задач является ключевым компонентом изучения математики. Задачи – это мощнейший материал, необходимый для развития важнейшей задачи обучения математике – мышления и творческой деятельности учащихся. Текстовые задачи используются при реализации нормативов, относящихся к

каждому направлению содержания математики, начиная с уровня начального образования. В начальных классах преподаются арифметические задачи, а также алгебра, геометрия, статистика и теория вероятности. Вопросы по алгебре, геометрии, математическому анализу, статистике и вероятности решаются при реализации стандартов на уровнях общего среднего образования и полного среднего образования.

Для осознанного и целенаправленного решения задач студентов обучают методике решения задач, а также способам решения и формам написания. В настоящее время решение математических задач в средней школе основано на теории Пойа.

Основная цель исследования – представить способы решения текстовых задач или решения реальной задачи на уроках математики.

Статья написана с целью помочь решить проблемы, возникающие при решении текстовых задач на уроках математики.

M.V.Abdullayeva

A NEW APPROACH TO SOLVING WORD PROBLEMS IN MATHEMATICS

Keywords: *math, word problem, math curriculum, problem-solving*

The article describes the methodology of solving word problems in math classes.

Problem-solving is a key component of learning mathematics. Problems are the most powerful material necessary for the most important task of teaching mathematics, developing students' thinking and creative activity. Word problems are used in the implementation of standards related to each element of content in mathematics, starting from the elementary education level. In elementary grades, not only arithmetic problems but also algebra, geometry, statistics, and probability are taught. Algebra, geometry, mathematical analysis, statistics, and probability problems are solved in the implementation of standards at the general secondary education and full secondary education levels.

To solve problems consciously and purposefully, students are taught the methodology of solving problems, as well as solution methods and writing forms. Currently, the solution to math problems in secondary schools is based on the theory of Polya.

The main purpose of the research is to present how to solve word problems or find a solution to real problems in mathematics classes.

The article was written to help solve the problems that arise during the solution of word problems in mathematics classes.

Giriş

Riyaziyyatın tədrisində məsələlər və onların həlli mühüm yer tutur. Məsələ riyaziyyatın ilkin anlayışı olduğundan ona tərif verilmir. Geniş mənada hər hansı işi yerinə yetirmək, həll etmək mənasında işlədilir.

Ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyatın təlimi prosesində şagirdlərin riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirmək məqsədilə «tədris məsələsindən» və ya «didaktik məsələdən» istifadə olunur. Məsələ dedikdə - kəmiyyətlər arasındakı asılılıqlara və kəmiyyətlərin verilmiş qiymətlərinə əsasən, məchul qiymətini tapmaq tələbi başa düşülür. Belə məsələlər əsasən cümlələrlə ifadə olunmuş mətn şəklində olur. Mətnli məsələlərin həlli vasitəsilə şagirdlər nəzəri biliklər qazanmaqla yanaşı, praktik və tərbiyəvi əhəmiyyətindən də yararlanırlar.

2006-cı ildə Azərbaycan Respublikası ümumi təhsilin Konsepsiyası (Milli Kurikulum) əsasında fənn kurikulumları, o cümlədən riyaziyyat fənn kurikulumu hazırlandı və təsdiq edildi [1]. Yeni təhsil proqramı (kurikulum) bütün təhsil pillələrində riyaziyyatın tədrisinə yanaşmanı dəyişdi. Yeni proqramının tələblərinə uyğun riyaziyyat dərslük komplektləri hazırlandı və təlim prosesi üçün istifadəyə verildi.

Hazırda ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyat dərslərinin tədrisi “Öyrən” – “Möhkəmləndir” – “Tətbiq et” təlim modelinə əsaslanır. Bilik və bacarıqların illüstrativ materiallarla zənginləşdirilərək əyani vəsaitlərlə mənimsədilməsi “Öyrən” mərhələsində həyata keçirilir. Qazanılmış bilik və bacarıqların çalışmaları, yazı işləri, praktik tapşırıqlar və başqa üsullarla təkmilləşdirilməsi “Möhkəmləndir” mərhələsini əhatə edir. Şagirdlər “Tətbiq et” mərhələsində qazanılmış bilik və bacarıqları getdikcə mürəkkəbləşən məsələ həllinə və riyazi modelləşdirməyə tətbiq edirlər [5].

Məsələ həlli riyaziyyat təliminin əsas tərkib hissəsidir. Riyaziyyat dərsləklərində hər bir mövzu məsələ həlli ilə başlayıb və məsələ həlli ilə də bitir. Riyaziyyat Müəllimlərinin Milli Şurası tərəfindən hazırlanan standartların reallaşdırılması da məhz məsələ həllinə əsaslanır. *“Məsələ həlli – riyazi təhsilin əsas məqsədi olmaqla yanaşı, həm də bunun üçün əsas vasitədir. Şagirdlər üçün daha çox məsələ qurmaq və onları həll etmək, həm də daha çox say tələb edən mürəkkəb məsələləri həll etmək imkanları yaratmaq lazımdır”* [10].

Mətnli məsələlər riyaziyyatın tədrisinin ən vacib vəzifəsinin - şagirdlərin təfəkkürünün və yaradıcılıq fəaliyyətinin inkişafı üçün lazım olan ən güclü materialdır. Mətnli məsələlərdən ibtidai təhsil səviyyəsindən başlayaraq riyaziyyat üzrə hər bir məzmun xəttinə aid standartların reallaşdırılmasında istifadə olunur. İbtidai siniflərdə əsasən hesab məsələləri, eyni zamanda cəbr, həndəsə, statistika və ehtimala aid məsələlər öyrədilir. Ümumi orta təhsil və tam orta təhsil səviyyələrində isə standartların reallaşdırılmasında cəbr, həndəsə, riyazi analiz, statistika və ehtimala aid məsələlər üstünlük təşkil edir.

İbtidai siniflərdə şagirdlər ilk növbədə mətnli məsələlərin strukturu ilə tanış olurlar. Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, mətnli məsələlər strukturuna görə üç hissədən ibarət olur: verilənlər, məsələnin şərti və məsələnin sualı. Mətnli məsələlərlə iş təhsilin sonrakı səviyyələrində də davam etdirilir. Mətnli məsələlərin şüurlu və məqsədyönlü şəkildə həll edilməsi üçün şagirdlərə nəzəri biliklər və məsələlərin həlli üsullarının öyrədilməsi böyük əhəmiyyət kəsb edir. Mətnli məsələlərin həlli iki mərhələnin - məsələ həllinə hazırlıq və məsələ həlli mərhələlərinin mükəmməl təşkilindən asılıdır.

Araşdırma

Məsələ həllinə hazırlıq işi ilk mərhələ olub, verilənlərlə axtarılan arasındakı əlaqənin şagirdlərə öyrədilməsindən ibarətdir. Bunun üçün əyani vasitələrdən, didaktik materiallardan istifadə etmək lazımdır. Hesab məsələlərinin əksəriyyəti kəmiyyətlərlə (uzunluq, kütlə, tutum, vaxt, sahə və s.) əlaqədar olduğundan, kəmiyyəti məsələyə daxil etməzdən əvvəl, şagirdləri, onlar üçün yeni olan kəmiyyətlə tanış etmək lazımdır. Məsələ, malın miqdarı, qiyməti və dəyəri - üçlüyü; hadisənin başlanğıcı, davam etmə müddəti və bitmə vaxtı - üçlüyü və s. Bu kəmiyyətlərdən verilən ikisinə görə üçüncüsünü tapmaq üçün hansı əməlin zəruri olduğunu öyrənmək lazımdır.

İkinci mərhələ məsələ həlli mərhələsidir. Ənənəvi metodikada məsələ həlli bir-biri ilə sıx əlaqədə olan beş addımla reallaşdırılırdı [4]:

- 1) Məsələnin məzmunu ilə tanışlıq;
- 2) Məsələ həllinin axtarılması;
- 3) Məsələnin təhlil edilməsi;
- 4) Məsələnin həll edilməsi;
- 5) Məsələ həllinin yoxlanılması.

Hazırda ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyat məsələlərinin həlli Macar əsilli amerikan riyaziyyatçısı elm və riyazi təhsil sahəsi üzrə tədqiqatçı və məşhur riyaziyyatçı Corc Polyanın nəzəriyyəsinə [6] əsaslanır. Onun nəzəriyyəsinə görə məsələ həlli dörd mərhələdə reallaşdırılır:

1. Anlama (məsələni başa düşmək)
2. Plan qurma (məsələnin düzgün həlli üsulunun seçilməsi)
3. Məsələni həll etmək
4. Cavabı yoxlamaq [5].

Birinci mərhələdə məsələ ilə tanış olmaq, eyni zamanda başa düşülməsi lazımdır ki, bu da məsələnin oxunması ilə başlanır. Məsələ müəllim və ya şagirdlər tərəfindən xüsusi tələffüz ilə oxunmalı, məsələnin verilənləri, şərti və sualı aydınlaşdırılmalıdır. Məsələdə təsvir olunan həyati hadisəni şagirdlər təsəvvür etməyi bacarmalıdırlar. Məsələyə daxil olan kəmiyyətlər arasındakı əlaqəni aşkar etmək və şərtini daha yaxşı başa düşmək üçün qısa yazılış

formasını, cədvəl, əşya və ya sxem illüstrasiyalardan, şəkil və digər təsvirlərdən də istifadə etmək lazımdır.

Məsələ həllinin **plan qurma mərhələsi** ən mürəkkəb mərhələdir. Bu mərhələ şagirdlərdən daha ciddi düşünməyi, məsələni təhlil etməyi, mühakimə aparmağı, təxmin etməyi, zəruri əməlləri və düzgün həll üsulları seçməyi tələb edir. Hazırda mətnli məsələlərin həlli metodikası ənənəvi metodikada istifadə etdiyimiz təlim üsullarına yeniləri əlavə olunmaqla zənginləşmişdir.

Klassik metodikada mətnli məsələləri həll etmək üçün aşağıdakı yazılış formalarından istifadə edilir:

- 1) Məsələ həllinin planla yazılması (Plan-sual cümlələri şəklində verilir);
- 2) Məsələnin ayrı-ayrı əməllər üzrə həll edilməsi və onlara izahat verilməsi;
- 3) Məsələyə görə ifadə tərtib edilməsi və onun qiymətinin tapılması;
- 4) Məsələyə görə tənlik qurulması və onun həll edilməsi [4].

Riyaziyyat fənninin yeni təhsil kurikulumu üzrə tədrisi bu yazılış formalarına yenilərini də əlavə etdi: məntiqi seçmə yolu ilə, cədvəl qurmaqla və qanunauyğunluğu tapmaqla, siyahı tutmaqla, seçib yoxlamaqla, sonuncu məlumatdan başlamaqla, tam-hissə modeli ilə.

Məsələni **həll etmə mərhələsi** plan qurma ilə müqayisədə sadə olub şagirdlərin ən çox maraq göstərdiyi mərhələdir. Məsələ bu mərhələdə seçilmiş üsulla həll edilir və cavab tapılır. Tətbiq edilən üsulla məsələnin həlli alınmaya bilər. Şagirdlərə izah edilməlidir ki, bu halda həll üsulunu dəyişmək lazımdır.

Polya nəzəriyyəsinə görə dördüncü mərhələ **cavabın yoxlanılmasıdır**. Mətnli məsələlərin həllinin yoxlanılmasında dörd üsuldən istifadə edilir:

1. Verilmiş məsələnin tərs məsələsinin qurulması və həll edilməsi;
2. Həll nəticəsində alınan ədədlərlə məsələdə verilən ədədlər arasında uyğunluğun müəyyən edilməsi (alınan nəticənin məsələnin şərtini ödəyib-ödəmədiyinin yoxlanılması);
3. Məsələnin müxtəlif üsullarla həll edilməsi;
4. Axtarılan ədədin sərhədlərinin müəyyən edilməsi [4].

Cavabın yoxlanılması mərhələsi məsələnin həllini müxtəlif üsullarla müzakirə etməyə imkan verir. Bu zaman həll edilən məsələ üçün seçilən üsulun səmərəli olub-olmadığı müəyənləşdirilir. Cavabın yoxlanılması verilən məsələyə variantiv məsələlərin həlli zamanı düzgün üsulların seçilməsi problemini asanlaşdırır.

Mətnli məsələlərin həlli metodikasını nümunələr üzərində nəzərdən keçirək.

Məsələ 1: Bərabərtərəfli üçbucağın tərəfi perimetri 24 sm olan kvadratın tərəfinə bərabərdir. Bu üçbucağın perimetri nə qədərdir? [5]

Anlama mərhələsində məsələ tam dərk olunur, şəkillər təsvir edilir (Şəkil 1 və 2). Məsələnin verilənləri, şərti və axtarılanları şagirdlərin köməyi ilə müəyyənləşdirilir və qısa yazılış formasında qeyd edilir.

Verilir: ABC üçbucağı və $DKLG$ kvadratı
 $AB = BC = CA$

$P_{DKLG} = 24\text{sm}$, $AB = DK$

Tapmalı: $P_{ABC} = ?$

Plan qurma mərhələsində tərəfi a olan kvadratın perimetrinin $4a$ -ya, tərəfi b olan bərabərtərəfli üçbucağın perimetrinin isə $3b$ -ya bərabər olduğu qeyd edilir:

$P_{DKLG} = 4a$, $P_{ABC} = 3b$. Verilən məsələdə üçbucağın tərəfi kvadratın tərəfinə bərabər olduğundan $P_{ABC} = 3a$.

Həll mərhələsində məsələ həll edilir:

1) $4a = 24$

$a = 24 : 4$

$a = 6(\text{sm})$ kvadratın terefi

2) $P_{ABC} = 3a = 3 \cdot 6 = 18(\text{sm})$ üçbucağın perimetri

Yoxlama mərhələsində alınan cavabın doğru olub-olmadığı yoxlanılır. Burada verilmiş məsələnin tərs məsələsini həll etməklə aldığımız cavabın düzgün olması qənaətinə gəlirik.

$18 : 3 = 6(\text{sm})$ kvadratın terefi

$6 \cdot 4 = 24(\text{sm})$ kvadratın perimetri

Beləliklə, bərabərtərəfli üçbucağın perimetri 18 sm -dir.

Məsələ 2: Motorlu qayıq çayın axını ilə 42 km , çayın axınına qarşı 20 km getdi və buna 5 saat vaxt sərf etdi. Çayın axma sürəti hər yerdə 2 km/saat olarsa, qayığın durğun sudakı sürətini tapın [7].

Anlama: Bu mərhələdə məsələnin verilənlərini, şərti, axtarılanı müəyyənləşdiririk:

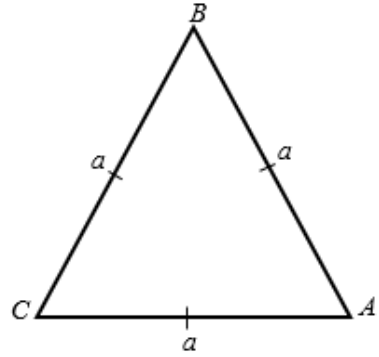
Qayığın çay axını ilə getdiyi məsafə – 42 km ,

Qayığın çayın axınına qarşı getdiyi məsafə – 20 km ,

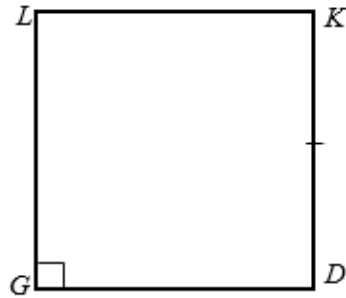
Çayın axını ilə və axına qarşı sərf edilən vaxt – 5 saat,

Çayın axma sürəti – 2 km/saat dır.

Qayığın durğun sudakı sürətini tapmaq lazımdır.



Şəkil 1.



Şəkil 2.

Plan qurma: Məsələnin həlli tənlik qurmaqla planlaşdırılır: Tutaq ki, motorlu qayığın durğun sudakı sürəti saatda x km-dir. Onda qayığın axın ilə sürəti $(x + 2)$ km/saat, axına qarşı sürəti isə $(x - 2)$ km/saat olar. Motorlu qayığın çayın axını ilə getdiyi məsafəyə sərf etdiyi vaxt $\frac{42}{x+2}$ saat, axına qarşı sərf etdiyi vaxt $\frac{20}{x-2}$ saat olacaqdır. Çayın axını ilə və axınına qarşı sərf edilən

vaxtın 5 saat olduğunu nəzərə alıb tənlik qurarıq: $\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = 5$

Həlli: Tənliyi həll edib köklərini tapırıq:

$$\frac{42(x-2) + 20(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 5$$

$$\frac{42x - 84 + 20x + 40}{x^2 - 4} = 5$$

$$5x^2 - 62x + 24 = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{5} = 0,4; \quad x_2 = 12$$

Yoxlanması: Kökləri məsələnin şərtində yoxlayırıq.

$x_1 = 0,4$ kökünü $(x - 2)$ -də yazdıqda mənfi ədəd alınır: $x - 2 = 0,4 - 2 < 0$. Sürət mənfi ədəd olmadığından $x_1 = 0,4$ kökü kənar kökdür. $x_2 = 12$ kökü tənliyin şərtini ödəyir: $x + 2 = 12 + 2 = 14 > 0$. Deməli, $x = 12$ km/saat.

$$\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = \frac{42}{12+2} + \frac{20}{12-2} = 3 + 2 = 5 \text{ (saat)}$$

Cavab: Motorlu qayığın durğun sudakı sürəti 12 km/saatdır.

Məsələ 3: Düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri tam ədədlərlə ifadə olunur və katetlərindən biri 11 santimetrdir. Onun sahəsini tapın [2].

Anlama: Məsələdə bir katetin 11 sm olduğu məlumdur. Digər verilənlər qeyri-aşkar şəkildə olduğundan məsələni məntiqi və cəbri üsullardan istifadə etməklə həll edək (Şəkil 3).

Plan qurma: Verilir: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$
 $b = 11 \text{ sm}$

$$\text{Tapmalı: } S_{\triangle ABC} = ? \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

Həlli: Pifaqor teoreminə görə

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c^2 - a^2 = 11^2$$

$c^2 - a^2$ ifadəsini vuruqlara ayırmaqla a və c -ni tapırıq:

$$(c - a)(c + a) = 121 \Rightarrow \begin{cases} c - a = 1 \\ c + a = 121 \end{cases} +$$

$$2c = 122$$

$$c = 61$$

$$a = 60$$

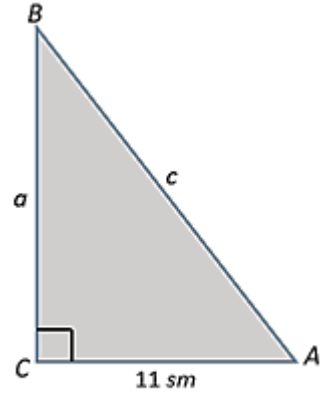
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 11 = 330 \text{ sm}^2$$

Yoxlanması:

$$a = 60, b = 11, c = 61$$

$$60^2 + 11^2 = 3600 + 121 = 3721 = 61^2$$

Cavab: Düzbucaqlı üçbucağın sahəsi 330 sm^2 -dir.



Şəkil 3.

Nəticə

Mətnli məsələ həll etmə bacarıqları ümumtəhsil məktəblərin riyaziyyat kurikulumunun vacib bacarıqlarındandır [1]. Riyaziyyat kurikulumunda hər bir məzmun xəttinin əsas hədəfi məsələ həll etmə bacarıqlarının formalaşdırılmasıdır. Məsələ həll etmə şagirdlərin düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirir, onları həyati situasiyaları dərk etməyə hazırlayır.

Riyaziyyatdan mətnli məsələlər həll etmə məntiqi təfəkkürün inkişafında ən yaxşı vasitədir. Riyaziyyat kurikulumunda standartların reallaşdırılması üçün nəzərdə tutulan beş fəaliyyət xəttindən biri, həm də birincisi “problemlərin həlli”dir. Problem həlli bir proses kimi mətnli məsələlərin həllinə təsir edir. Mətnli məsələləri həll etmək məhz, problem həll etməkdir. Problem həll etmək riyazi biliklərin öyrənilməsinə və istənilən situasiyada bacarıqların tətbiqinə şərait yaradır.

Riyaziyyatın hər bir məzmun xəttinə aid standartların reallaşdırılmasında mətnli məsələlərdən istifadə edildiyindən onların həlli üçün konkret üsul yoxdur. Məhz buna görə də, riyaziyyatın ən çətin bölməsi məsələ həlli dərsləri sayılır. Mətnli məsələlərin həlli təcrübədə, praktik işlər zamanı dərinlən öyrənilir, möhkəmlənir.

ƏDƏBİYYAT

1. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulumu). Bakı, 2013.
2. Ağayev B. və b. Riyaziyyat məsələləri. II hissə. “Maarif nəşriyyatı”, 1967.
3. Abdullayeva M. Riyaziyyatın tədrisi metodikası-1. Bakı, «Elm və təhsil», 2020.
4. Həmidov S.S. Məktəbin ibtidai siniflərində riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı, ADPU, 2016.
5. İsayev Z. və b. Ümumtəhsil məktəbləri üçün Riyaziyyat fənni üzrə dərslik komplektləri. Bakı, «Radius», 2023.
6. George Pólya. "How to Solve It", 2nd ed., Princeton University Press, 1957. <https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>
7. Riyaziyyat test toplusu. DİM –“Abituriyent”. Bakı, 2019.
8. Mustafa Aydoğdu, Mehmet Fatih Ayaz. e-Journal of New World Sciences Academy 2008, Volume: 3, Number: 4. Article Number: A0095 https://www.researchgate.net/publication/275959201_THE_IMPORTANCE_OF_PROBLEM_SOLVING_IN_MATHEMATICS_CURRICULUM
9. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Principles,-Standards,-and-Expectations/>
10. <https://press.princeton.edu/books/paperback/9780691164076/how-to-solve-it>
11. [https://www.scirp.org/\(S\(351jmbntvnsjt1aadkozje\)\)/reference/referencespapers.aspx?referenceid=1964042](https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkozje))/reference/referencespapers.aspx?referenceid=1964042)
12. <http://www.e-derslik.edu.az/site/index.php>
13. <https://www.pdfdrive.com/how-to-solve-it-a-new-aspect-of-mathematical-method-d158542315.html>

Redaksiyaya daxil olub 31.05.2023