УДК 519.95 DOI 10.54758/16801245_2021_21_4_8

К ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА ОДНОГО КЛАССА ДВОИЧНЫХ 3D- МОДУЛЯРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

МЕХТИЕВА МАРАЛ РЗАБАЛА гызы
Бакинский государственный университет, доцент, Баку, Азербайджан
mehdiyevamaral71@gmail.com

Ключевые слова: *3D-модулярные динамические системы, задача оптимального синтеза, полином Волтерры, ортогональные входные последовательности, индивидуальные задачи*

Рассматривается задача оптимального синтеза двоичных 3D-модулярных динамических систем с фиксированной памятью, ограниченной связью и заданной степенью. Ограниченная связь представляется в виде Декартового произведения двух ограниченных множеств, которые являются подмножествами множества целых чисел. Предполагается, что на вход 3D-модулярных динамических систем поступают ортогональные входные последовательности. Коротко излагается методика решения задачи синтеза 3D-модулярных динамических систем. На основе этой методики излагается нахождение решения одной индивидуальной задачи оптимального синтеза.

Одной из задач для двоичных модулярных динамических систем (МДС) [1-4] есть задача оптимального синтеза. В работах [5-13] рассмотрены задачи синтеза ряда классов двоичных МДС и разработаны теоретические и технические основы для их решения. Однако при решении индивидуальной задачи синтеза нелинейных классов двоичных МДС возникают определенные трудности. Поэтому в данной работе предлагается решение одной индивидуальной задачи оптимального синтеза для двоичных трехпараметрических МДС (3D-МДС).

1. Постановка задачи. Пусть двоичная 3D–МДС имеет фиксированную память n_0, ограниченную связь $P = P_1 \times P_2$, максимальную степень S. Эта система имеет следующее представление в виде двухзначного аналога полинома Волтерры [9]:

$$y[n,c_1,c_2] = \sum_{\eta=1}^{S} \sum_{w=1}^{\lambda(\eta)} \sum_{(\bar{j},\bar{\mu})\in L_1(\gamma_1)\times L_2(\gamma_2)} \sum_{\bar{\bar{\tau}}\in\Gamma[(\gamma_1,\gamma_2,\bar{m})_w]} h_{\eta,w}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}] \times$$
$$\times \prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_2(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\bar{m})_w)} \upsilon_{\eta,w}[n-\tau(\alpha,\beta,\sigma), c_1+p_1(j_\alpha), c_2+p_2(\mu_\beta)],\ GF(2). \quad (1)$$

Здесь $n \in T = [0,\mathrm{N}] \equiv \{0,1,\dots,\mathrm{N}\}$, $c_1 \in [0,C_1] \equiv \{0,1,\dots,C_1\}$, $c_2 \in [0,C_2] \equiv \{0,1,\dots,C_2\}$;

$$P_\alpha = \{p_\alpha(1),\dots,p_\alpha(r_\alpha)\},\ -\infty < p_\alpha(1) < \dots < p_\alpha(r_\alpha) < \infty,\ p_\alpha(\beta)\in Z,\ \beta=\overline{1,r_\alpha},\ \alpha=\overline{1,2};$$

$y[n,c_1,c_2] \in GF(2)$ и $\upsilon_{\eta,w}[n,c_1,c_2] \in GF(2)$ являются выходной и входной последовательностями 3D –МДС (1) соответственно; $\lambda(\eta)$ – количество элементов множества

$$F(\eta)=\{(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})\big|\,\overline{m}=(m_{1,1},...,m_{1,\gamma_2},...,m_{\gamma_1,\gamma_2}),\ \sum_{\alpha=1}^{\gamma_1}\sum_{\beta=1}^{\gamma_2}m_{\alpha,\beta}=\eta, m_{\alpha,\beta}\in\{0,...,n_0+1\},$$

$$\alpha=\overline{1,\gamma_1},\beta=\overline{1,\gamma_2};\quad (\forall\alpha\in\{1,...,\gamma_1\})(\exists\beta\in\{1,...,\gamma_2\})\Rightarrow(m_{\alpha,\beta}\neq 0)\vee$$

$$\vee(\forall\beta\in\{1,...,\gamma_2\})(\exists\alpha\in\{1,...,\gamma_1\})\Rightarrow(m_{\alpha,\beta}\neq 0),\quad \gamma_\sigma\in\{1,...,r_\sigma\},\ \sigma=\overline{1,2}\Big\};$$

$$L_1(\gamma_1)=\{(j_1,...,j_{\gamma_1})\big|1\le j_1<...<j_{\gamma_1}\le r_1\},\ L_1(\gamma_2)=\{(\tau_1,...,\tau_{\gamma_2})\big|1\le\tau_1<...<\tau_{\gamma_2}\le r_2\};$$

$$Q(\eta,\overline{m})=\Big\{(\alpha,\beta)\,m_{\alpha,\beta}\ -\text{компонента}\ \overline{m}\ \text{и}\ m_{\alpha,\beta}\neq 0,\ \alpha=\overline{1,r_1},\quad \beta=\overline{1,r_2}\Big\};$$

$$\Gamma[(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w]=\underset{(\alpha,\beta)\in Q_1(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)}{\times}\Gamma_{\alpha,\beta}(m_{\alpha,\beta}),$$

$$\Gamma_{\alpha,\beta}(m_{\alpha,\beta})=\{\overline{\tau}_{\alpha,\beta}=(\tau(\alpha,\beta,1),...,\tau(\alpha,\beta,m_{\alpha,\beta}))\big|0\le\tau...<\tau(\alpha,\beta,m_{\alpha,\beta})\le n_0\},$$

$(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m}_\ell)_w -$ w - ый элемент множества $F(\eta)$ и $w\in\{1,...,\lambda(\eta)\}$;

$$Q_1(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)=\{(\alpha,\beta)\big|m_{\alpha,\beta}\text{ - компонента }\ \overline{m}\ \text{ и }\ m_{\alpha,\beta}\neq 0,\ \alpha=\overline{1,\gamma_1},\ \beta=\overline{1,\gamma_2}\};$$

$$Q_2(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)=\{(\alpha,\beta,\sigma)\big|\sigma\in\{1,...,m_{\alpha,\beta}\},\ (\alpha,\beta)\in Q_1(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)\}.$$

Задача оптимального синтеза двоичных $3D$–МДС (1) заключается в нахождении для каждых $\overline{\overline{\tau}}\in\Gamma[\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w]$, $(\overline{j},\overline{\mu})\in L_1(\gamma_1)\times L_2(\gamma_2)$, $w\in\{1,...,\lambda(\eta)\}$, $\eta\in\{1,...,S\}$, значений для $h_{\eta,w}[\overline{j},\overline{\mu},\overline{\overline{\tau}}]$, при которых минимизируется функционал

$$J=\sum_{n=0}^{N}\sum_{c_1=0}^{C_1}\sum_{c_2=0}^{C_2}(y[n,c_1,c_2]-y_0[n,c_1,c_2])^2, \tag{2}$$

где $\{y_0[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,C_1],c_2\in[0,C_2]\}$ – желаемые выходные последовательности (1).

2. Методика решения задачи. Пусть аналогично по [8] из членов последовательности $\{\upsilon_{\eta,w}[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,\hat{C}_1],c_2\in[0,\hat{C}_2]\}$, $w\in\{1,...,\lambda(\eta)\}$, $\eta\in\{1,...,S\}$, образована $(N+1)(C_1+1)(C_2+1)\times 1$ -мерный матрица $V_0(\eta,w,\overline{j},\overline{\mu},\overline{\overline{\tau}}_\xi)$ и из $V_0(\eta,w,\overline{j},\overline{\mu},\overline{\overline{\tau}}_\xi)$ образованы последовательно матрицы $V_1(\eta,w,\overline{j},\overline{\mu})$, $V_2(\eta,w)$, $V_3(\eta)$, V. Матрица V в расширенном виде имеет размерность $(N+1)(C_1+1)(C_2+1)\times A$, где $A=\sum_{\eta=1}^{S}C^{i}_{(n_0+1)r_1r_2}$. Пусть из $\big|\Gamma((\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)\big|\times 1$ -мерный вектора

$H_1(\eta,w,\overline{j},\overline{\mu})=(h_{\eta,w}[\overline{j},\overline{\mu},\overline{\overline{\tau}}_1],...,h_{\eta,w}[\overline{j},\overline{\mu},\overline{\overline{\tau}}_{|\Gamma((\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)|}])^T$ образованы $H_2(\eta,w)$, $H_3(\eta)$, H [9]. Блочная вектор H в расширенном виде имеет размерность $A\times 1$. Пусть

$$Y_0=(y_0[0,0,0],...,y_0[0,0,C_2],...,y_0[0,C_1,C_2],...,y_0[N,C_1,C_2])^T,$$

$$Y=(y[0,0,0],...,y[0,0,C_2],...,y[0,C_1,C_2],...,y[N,C_1,C_2])^T,$$

тогда задача (1),(2) имеет вид

$$Y=V\cdot H,\ GF(2),\qquad J=(Y-Y_0)^T\cdot(Y-Y_0)\to\min. \tag{3}$$

Если входные последовательности $3D$–МДС (1) есть ортогональные последовательности, т.е. удовлетворяется условия $V^T\cdot V=diag[d_{1,1},...,d_{A,A}]$, $d_{\alpha,\alpha}>0,\ \alpha=1,...,A$, тогда решение задачи (3) находится с помощью решения непрерывной задачи квадратичной оптимизации

$$Y=V\cdot K,\quad J=(Y-Y_0)^T(Y-Y_0)\to\min, \tag{4}$$

где K есть A -мерный вектор. Если k_α и h_α есть α - ый компонент вектора K и H соответственно, тогда решение задачи определяется по правилу [5, 8]: если $k_\alpha>0.5$, то $h_\alpha=1$, иначе $h_\alpha=0$. Решения задачи (4) определяется по формуле

$$K=(V^T\cdot V)^{-1}\cdot V^T\cdot Y_0. \tag{5}$$

3. Решения индивидуальной задачи оптимального синтеза. Пусть $n_0 = 1$, $r_1 = 2$, $r_2 = 2$, $S = 2$, $P_1 = \{p_1(1), p_1(2)\} = \{0,1\}$, $P_2 = \{p_2(1), p_2(2)\} = \{-1,0\}$, $\mathrm{N} = 12$, $C_1 = 4$, $C_2 = 4$. В этом случае $3D$ –МДС (1) имеет вид

$$y[n,c_1,c_2] = \sum_{\eta=1}^{2} \sum_{w=1}^{\lambda(\eta)} \sum_{(\bar{j},\bar{\mu})\in L_1\times L_2} \sum_{\bar{\bar{\tau}}\in\Gamma[(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w]} h_{\eta,w}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}] \prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_2(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w)} \upsilon_{\eta,w}[n- \\ -\tau(\alpha,\beta,\sigma), c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\mu_\beta)], GF(2). \qquad (6)$$

Для удобства записей в дальнейшем будем использовать следующие обозначения:

$$Q_\nu[\eta,w] = Q_\nu(\eta,(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w),\ \nu = \overline{1,2};\ \ \Gamma[\eta,w] = \Gamma[(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m})_w].$$

I. $\eta = 1$. При заданных значениях входных данных:

$$\Phi(1) = \{\overline{m} = (m_{1,1}, m_{1,2}, m_{2,1}, m_{2,2}) \big| m_{\ell,k} \in \{0,1\}, \ell = \overline{1,2},\ k = \overline{1,2},\ \sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{\beta=1}^{2} m_{\alpha,\beta} = 1\} =$$
$$= \{(1,0,0,0),\ (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}.$$

Тогда

$$F(\eta) = F(1) = \{(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m}) \big| \overline{m} = (m_{1,1},...,m_{1,\gamma_2},...,m_{\gamma_1,\gamma_2}),\ \sum_{\alpha=1}^{\gamma_1}\sum_{\beta=1}^{\gamma_2} m_{\alpha,\beta} = 1;\quad m_{\alpha,\beta} \in \{0,1\},$$
$$\alpha = \overline{1,\gamma_1},\ \ \beta = \overline{1,\gamma_2};\ \ (\forall\alpha \in \{1,...,\gamma_1\})(\exists\beta \in \{1,...,\gamma_2\}) \Rightarrow (m_{\alpha,\beta} \neq 0),\ \ (\forall\beta \in \{1,...,\gamma_2\}) \wedge$$
$$\wedge (\exists\alpha \in \{1,...,\gamma_1\}) \Rightarrow (m_{\alpha,\beta} \neq 0), \gamma_\sigma \in \{1,...,r_\sigma\},\ \sigma = \overline{1,2}\Big\} = \{(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m}) = (1,1,(1))\}.$$

Отсюда ясно, что $\lambda(1) = |F(1)| = 1$ и поэтому в этом случае $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1,\ m_{1,1} = 1$, ,

$$Q_2[1,1] = \{(1,1,1)\},\quad L_1(1) = L_2(1) = \{(1),(2)\},\ \ \Gamma_{1,1}(1) = \{(0),(1)\},$$
$$\Gamma(1,1,(1,1)) = \Gamma_{1,1}(1) = \{((0),(0)),((0),(1)),((1),(0)),((1),(1))\}.$$

Таким образом, коэффициенты $h_{1,1}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}]$ есть следующие:

$$h_1 = h_{1,1}[(1),(1),((0))],\ \ h_2 = h_{1,1}[(1),(1),((1))],\ h_3 = h_{1,1}[(1),(2),((0))],\ \ h_4 = h_{1,1}[(1),(2),((1))],$$
$$h_5 = h_{1,1}[(2),(1),((0))],\ \ h_6 = h_{1,1}[(2),(1),((1))], h_7 = h_{1,1}[(2),(2),((0))],\ \ h_8 = h_{1,1}[(2),(2),((1))].$$

II. $\eta = 2$. При заданных значениях входных данных:

$$\Phi(2) = \{\overline{m} = (m_{1,1}, m_{1,2}, m_{2,1}, m_{2,2}) \big| m_{\ell,k} \in \{0,1,2\}, \ell = \overline{1,2},\ k = \overline{1,2},\ \sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{\beta=1}^{2} m_{\alpha,\beta} = 2\} =$$
$$= \{(1,1,0,0),\ (1,0,1,0), (1,0,0,1), (0,1,1,0),\ (0,1,0,1),\ (0,0,1,1), (2,0,0,0), (0,2,0,0), (0,0,2,0), (0,0,0,2)\}.$$

Тогда

$$F(\eta) = F(2) = \{(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m}) \big| \overline{m} = (m_{1,1},...,m_{1,\gamma_2},...,m_{\gamma_1,\gamma_2}),\ \sum_{\alpha=1}^{\gamma_1}\sum_{\beta=1}^{\gamma_2} m_{\alpha,\beta} = 2;\quad m_{\alpha,\beta} \in \{0,1,2\},$$
$$\alpha = \overline{1,\gamma_1},\ \ \beta = \overline{1,\gamma_2};\ \ (\forall\alpha \in \{1,...,\gamma_1\})(\exists\beta \in \{1,...,\gamma_2\}) \Rightarrow (m_{\alpha,\beta} \neq 0),\ \ (\forall\beta \in \{1,...,\gamma_2\}) \wedge$$
$$\wedge (\exists\alpha \in \{1,...,\gamma_1\}) \Rightarrow (m_{\alpha,\beta} \neq 0), \gamma_\sigma \in \{1,...,r_\sigma\},\ \sigma = \overline{1,2}\Big\} =$$
$$= \{(\gamma_1,\gamma_2,\overline{m}) : (1,2,(1,1)),\ (2,1,(1,1)),\ (2,2,(1,0,0,1)),\ (2,2,(0,1,1,0)),\ (1,1,(2))\},$$

Отсюда видно, что $\lambda(2) = |F(2)| = 5$.

Случай $w = 1$: В этом случае $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 2,\ m_{1,1} = 1,\ \ m_{1,2} = 1$, $Q_2[2,1] = \{(1,1,1),(1,2,1)\}$,

$L_1(1) = \{(1),(2)\}$, $L_2(2) = \{(1,2)\}$, $\Gamma_{1,1}(1) = \{(0),(1)\}$, $\Gamma_{1,2}(1) = \{(0),(1)\}$,

$\Gamma(1,2,(1,1)) = \Gamma_{1,1}(1) \times \Gamma_{1,2}(1) = \{((0),(0)),((0),(1)),((1),(0)),((1),(1))\}$.

Таким образом, коэффициенты $h_{2,1}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}]$ есть следующие:

$$h_9 = h_{2,1}[(1),(1,2),((0),(0))],\ h_{10} = h_{2,1}[(1),(1,2),((0),(1))],\ h_{11} = h_{2,1}[(1),(1,2),((1),(0))],$$

$$h_{12}=h_{2,1}[(1),(1,2),((1),(1))],\ h_{13}=h_{2,1}[(2),(1,2),((0),(0))],\ h_{14}=h_{2,1}[(2),(1,2),((0),(1))],$$
$$h_{15}=h_{2,1}[(2),(1,2),((1),(0))],\ h_{16}=h_{2,1}[(2),(1,2),((1),(1))].$$

Случай $w=2$: В этом случае $\gamma_1=2,\ \gamma_2=1,\ m_{1,1}=1,\ m_{2,1}=1$, $Q_2[2,2]=\{(1,1,1),(2,1,1)\}$,
$$L_1(2)=\{(1,2)\},\quad L_2(1)=\{(1),(2)\},\quad \Gamma_{1,1}(1)=\{(0),(1)\},\quad \Gamma_{2,1}(1)=\{(0),(1)\},$$
$$\Gamma(2,1,(1,1))=\Gamma_{1,1}(1)\times\Gamma_{2,1}(1)=\{((0),(0)),((0),(1)),((1),(0)),((1),(1))\}.$$
Таким образом, коэффициенты $h_{2,2}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}]$ есть следующие:
$$h_{17}=h_{2,2}[(1,2),(1),((0),(0))],\ h_{18}=h_{2,2}[(1,2),(1),((0),(1))],\ h_{19}=h_{2,2}[(1,2),(1),((1),(0))],$$
$$h_{20}=h_{2,2}[(1,2),(1),((1),(1))],\ h_{21}=h_{2,2}[(1,2),(2),((0),(0))],\ h_{22}=h_{2,2}[(1,2),(2),((0),(1))],$$
$$h_{23}=h_{2,2}[(1,2),(2),((1),(0))],\quad h_{24}=h_{2,2}[(1,2),(2),((1),(1))].$$

Случай $w=3$: В этом случае $\gamma_1=2,\gamma_2=2,\ m_{1,1}=1,\ m_{2,2}=1$,
$$Q_2[2,3]=\{(1,1,1),(2,2,1)\},\quad L_1(2)=L_2(2)=\{(1,2)\},\quad \Gamma_{1,1}(1)=\Gamma_{2,2}(1)=\{(0),(1)\},$$
$$\Gamma(2,2,(1,0,0,1))=\Gamma_{1,1}(1)\times\Gamma_{2,2}(1)=\{((0),(0)),((0),(1)),((1),(0)),((1),(1))\}.$$
Таким образом, коэффициенты $h_{2,3}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}]$ есть следующие:
$$h_{25}=h_{2,3}[(1,2),(1,2),((0),(0))],\quad h_{26}=h_{2,3}[(1,2),(1,2),((0),(1))],$$
$$h_{27}=h_{2,3}[(1,2),(1,2),((1),(0))],\quad h_{28}=h_{2,3}[(1,2),(1,2),((1),(1))].$$

Случай $w=4$: В этом случае $\gamma_1=2,\gamma_2=2,\ m_{1,2}=1,\ m_{2,1}=1$,
$$Q_1[2,4]=\{(1,2,1),(2,1,1)\},\quad L_1(2)=L_2(2)=\{(1,2)\},\quad \Gamma_{1,2}(1)=\Gamma_{2,1}(1)=\{(0),(1)\},$$
$$\Gamma(2,2,(0,1,1,0))=\Gamma_{1,2}(1)\times\Gamma_{2,1}(1)=\{((0),(0)),((0),(1)),((1),(0)),((1),(1))\}.$$
Таким образом, коэффициенты $h_{2,4}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}]$ есть следующие:
$$h_{29}=h_{2,4}[(1,2),(1,2),((0),(0))],\quad h_{30}=h_{2,4}[(1,2),(1,2),((0),(1))],$$
$$h_{31}=h_{2,4}[(1,2),(1,2),((1),(0))],\quad h_{32}=h_{2,4}[(1,2),(1,2),((1),(1))].$$

Случай $w=5$: В этом случае $\gamma_1=1,\gamma_2=1,\ m_{1,1}=2$, $Q_1[2,5]=\{(1,1,1),(1,1,2)\}$,
$$L_1(1)=L_2(1)=\{(1),(2)\},\quad \Gamma_{1,1}(2)=\{(0,1)\},\quad \Gamma(1,1,(2)))=\Gamma_{1,1}(2)=\{(0,1)\}.$$

Таким образом, коэффициенты $h_{2,5}[\bar{j},\bar{\mu},\bar{\bar{\tau}}]$ есть следующие:
$$h_{33}=h_{2,5}[(1),(1),((0,1))],\ h_{34}=h_{2,5}[(1),(2),((0,1))],h_{35}=h_{2,5}[(2),(1),((0,1))],\ h_{36}=h_{2,5}[(2),(2),((0,1))].$$

Пусть
$$\begin{aligned}
&V_1=(\upsilon_{1,1}[n,c_1,c_2-1]),\quad V_2=(\upsilon_{1,1}[n-1,c_1,c_2-1]),\ V_3=(\upsilon_{1,1}[n,c_1,c_2]),\\
&V_4=(\upsilon_{1,1}[n-1,c_1,c_2]),\ V_5=(\upsilon_{1,1}[n,c_1+1,c_2-1]),\quad V_6=(\upsilon_{1,1}[n-1,c_1+1,c_2-1]),\\
&V_7=(\upsilon_{1,1}[n,c_1+1,c_2]),\quad V_8=(\upsilon_{1,1}[n-1,c_1+1,c_2]),\ V_9=(\upsilon_{2,1}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n,c_1,c_2]),\\
&V_{10}=(\upsilon_{2,1}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n-1,c_1,c_2]),\quad V_{11}=(\upsilon_{2,1}[n-1,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n,c_1,c_2]),\\
&V_{12}=(\upsilon_{2,1}[n-1,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n-1,c_1,c_2]),\quad V_{13}=(\upsilon_{2,1}[n,c_1+1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n,c_1+1,c_2]),\\
&V_{14}=(\upsilon_{2,1}[n,c_1+1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n-1,c_1+1,c_2]),\ V_{15}=(\upsilon_{2,1}[n-1,c_1+1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n,c_1+1,c_2]),\\
&V_{16}=(\upsilon_{2,1}[n-1,c_1+1,c_2-1]\upsilon_{2,1}[n-1,c_1+1,c_2]),\ V_{17}=(\upsilon_{2,2}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,2}[n,c_1+1,c_2-1]),\\
&V_{18}=(\upsilon_{2,2}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,2}[n-1,c_1+1,c_2-1]),\ V_{19}=(\upsilon_{2,2}[n-1,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,2}[n,c_1+1,c_2-1]),\\
&V_{20}=(\upsilon_{2,2}[n-1,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,2}[n-1,c_1+1,c_2-1]),\ V_{21}=(\upsilon_{2,2}[n,c_1,c_2]\upsilon_{2,2}[n,c_1+1,c_2]),\\
&V_{22}=(\upsilon_{2,2}[n,c_1,c_2]\upsilon_{2,2}[n-1,c_1+1,c_2]),\ V_{23}=(\upsilon_{2,2}[n-1,c_1,c_2]\upsilon_{2,2}[n,c_1+1,c_2]),\\
&V_{24}=(\upsilon_{2,2}[n-1,c_1,c_2]\upsilon_{2,2}[n-1,c_1+1,c_2),\ V_{25}=(\upsilon_{2,3}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,3}[n,c_1+1,c_2]),\\
&V_{26}=(\upsilon_{2,3}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,3}[n-1,c_1+1,c_2]),\ V_{27}=(\upsilon_{2,3}[n-1,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,3}[n,c_1+1,c_2]),\\
&V_{28}=(\upsilon_{2,3}[n-1,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,3}[n-1,c_1+1,c_2]),V_{29}=(\upsilon_{2,4}[n,c_1,c_2]\upsilon_{2,4}[n,c_1+1,c_2-1]),
\end{aligned}\tag{7}$$

$V_{30} = (\upsilon_{2,4}[n,c_1,c_2]\upsilon_{2,4}[n-1,c_1+1,c_2-1]), V_{31} = (\upsilon_{2,4}[n-1,c_1,c_2]\upsilon_{2,4}[n,c_1+1,c_2-1]),$
$V_{32} = (\upsilon_{2,4}[n-1,c_1,c_2]\upsilon_{2,4}[n-1,c_1+1,c_2-1]),\ V_{33} = (\upsilon_{2,5}[n,c_1,c_2-1]\upsilon_{2,5}[n-1,c_1,c_2-1]),$
$V_{34} = (\upsilon_{2,5}[n,c_1,c_2]\upsilon_{2,5}[n-1,c_1,c_2]), V_{35} = (\upsilon_{2,5}[n,c_1+1,c_2-1]\upsilon_{2,5}[n-1,c_1+1,c_2-1]),$
$V_{36} = (\upsilon_{2,5}[n,c_1+1,c_2]\upsilon_{2,5}[n-1,c_1+1,c_2]).$

Все матрицы $V_1, V_2, ..., V_{36}$ суть $(N+1)(C_1+1)(C_2+1)\times 1 = 325\times 1$-мерные матрицы. Через $V_{\beta,\alpha}$ обозначим α -й элемент матрицы V_β . Тогда $V_\beta = col(V_{\beta,1},...,V_{\beta,325})$. $\alpha -$ ой строке матрицы V_β , $\beta \in \{1,...,36\}$ соответствует такая тройка (n',c_1',c_2') из множества $\{(n,c_1,c_2) \mid n\in[0,12], c_1\in[0,4], c_2\in[0,4]\}$, при которой удовлетворяется

$$\alpha = 65c_2' + 13c_1' + n' + 1. \quad (8)$$

Пусть членов последовательности $\upsilon_{1,1}[n,c_1,c_2],\ \upsilon_{2,w}[n,c_1,c_2],\ w=\overline{1,5}$, задано по формулам:

$$\upsilon_{\eta,w}[n,c_1,c_2] = \begin{cases} 1, & если\ (n,c_1,c_2)\in M_{\eta,w}, \\ 0, & если\ (n,c_1,c_2)\notin M_{\eta,w}, \end{cases}$$

где

$$M_{1,1} = \{(0,1,0)\},\ M_{2,1} = \{(2,1,0),(4,1,0),(6,1,0),(2,1,1),(5,1,1)\},$$
$$M_{2,2} = \{(8,0,0),(10,0,0),(12,0,0),(8,1,0),(11,1,0)\},\ M_{2,3} = \{(0,3,3),(2,3,3),(4,3,3),(0,4,4),(3,4,4)\},$$
$$M_{2,4} = \{(6,4,3),(9,4,3),(6,3,4),(8,3,4),(10,3,4)\},\ M_{2,5} = \{(11,4,3),(12,4,3)\}.$$

На основе последовательности $\upsilon_{1,1}[n,c_1,c_2],\ \upsilon_{2,w}[n,c_1,c_2],\ w=\overline{1,5}$, вычислим элементы матриц $V_1,...,V_{36}$ по формуле (6). Тогда получим, что матрица V_β, $\beta\in\{1,...,36\}$ имеет значения 1 в строках, соответствующих тройке T_β, $\beta\in\{1,...,36\}$, где

$$\begin{aligned}
&T_1=(0,1,1),\ T_2=(1,1,1),\ T_3=(0,1,0),\ T_4=(1,1,0), T_5=(0,0,1), T_6=(1,0,1), T_7=(0,0,0),\ T_8=(1,0,0),\\
&T_9=(2,1,1),\ T_{10}=(6,1,1), T_{11}=(5,1,1), T_{12}=(3,1,1), T_{13}=(2,0,1),\ T_{14}=(6,0,1),\ T_{15}=(5,0,1), \quad (9)\\
&T_{16}=(3,0,1),\ T_{17}=(8,0,1), T_{18}=(12,0,1),\ T_{19}=(11,0,1),\ T_{20}=(9,0,1),\ T_{21}=(8,0,0),\ T_{22}=(12,0,0),\\
&T_{23}=(11,0,0),\ T_{24}=(9,0,0),\ T_{25}=(0,3,4), T_{26}=(4,3,4),\ T_{27}=(3,3,4), T_{28}=(1,3,4),\ T_{29}=(6,3,4),\\
&T_{30}=(10,3,4),\ T_{31}=(9,3,4),\ T_{32}=(7,3,4),\ T_{33}=(12,4,4),\ T_{34}=(12,4,3),\ T_{35}=(12,3,4),\ T_{36}=(12,3,3).
\end{aligned}$$

А остальные строки матрицы V_β не совпадающие тройки T_β содержит 0.

Пусть $Y=(y[0,0,0],...,y[12,0,0],y[0,1,0],...,[12,1,0],...,y[12,4,4])^T$. При $n=\overline{0,12}$, $c_1=\overline{0,4}$, $c_2=\overline{0,4}$ формулы (5) можно записать в матрично-векторном виде $Y=V\cdot H,\ GF(2)$, где $H=(h_1,...,h_{36})^T$ и $V=(V_1\ V_2 ... V_{36})$ суть имеют размерности 36×1 и 325×36 соответственно. Рассмотрим матрицы $V^T\cdot V$, которое суть матрицы 36-го порядка и

$$V^T\cdot V = \left(\sum_{\xi=1}^{325} V_{\alpha,\xi}V_{\pi,\xi}\right),\ \alpha=\overline{1,36},\ \ \pi=\overline{1,36}. \quad (10)$$

Из (9) видно, что в каждой строке матрицы V содержится не более одного элемента 1. В каждом столбце матрицы V содержится один ненулевой элемент, т.е. число 1. Поэтому матрица $V^T\cdot V$, определяемая по (10), единичная матрица 36-го порядка и последовательности $\upsilon_{1,1}[n,c_1,c_2],\ \upsilon_{2,w}[n,c_1,c_2],\ (n,c_1,c_2)\in[0,12]\times[0,4]\times[0,4]$, $w=\overline{1,5}$, суть ортогональные последовательности. Ясно, что $(V^T\cdot V)^{-1}=V^T\cdot V$.

Определим ненулевые элементы матрицы V. Так как в матрице V_β, $\beta\in\{1,...,36\}$ номер строки, соответствующий тройке (n',c_1',c_2') определяется по формуле (8), тогда на основе тройки T_β по формуле (7) находим номера ненулевых строк матрицы V_β и обозначим их через Δ_β, $\beta \in \{1,...,36\}$. Из формулы (9) следует, что

$\Delta_1 = 79$, $\Delta_2 = 80$, $\Delta_3 = 14$, $\Delta_4 = 15$, $\Delta_5 = 66$, $\Delta_6 = 67$, $\Delta_7 = 1$, $T_8 = 2$, $\Delta_9 = 81$, $\Delta_{10} = 85$,
$\Delta_{11} = 84$, $\Delta_{12} = 82$, $\Delta_{13} = 68$, $\Delta_{14} = 72$, $\Delta_{15} = 71$, $\Delta_{16} = 69$, $\Delta_{17} = 74$, $\Delta_{18} = 78$, $\Delta_{19} = 77$, $\Delta_{20} = 75$,
$\Delta_{21} = 9$, $\Delta_{22} = 13$, $\Delta_{23} = 12$, $\Delta_{24} = 10$, $\Delta_{25} = 300$, $\Delta_{26} = 304$, $\Delta_{27} = 303$, $\Delta_{28} = 301$,
$\Delta_{29} = 306$, $\Delta_{30} = 310$, $\Delta_{31} = 309$, $\Delta_{32} = 307$, $\Delta_{33} = 325$, $\Delta_{34} = 260$, $\Delta_{35} = 312$, $\Delta_{36} = 247$.

Пусть $Y^0 = (y^0[0,0,0],...,y^0[12,0,0], y^0[0,1,0],...,y^0[12,1,0],...,y^0[12,4,4])^T$ есть вектор, полученный от желаемой выходной последовательности $y^0[n,c_1,c_2]$, $n = \overline{0,12}$, $c_1 = \overline{0,4}$, $c_2 = \overline{0,4}$.

Из формулы (5) получим, что

$$K = (V^T \cdot V)^{-1} V^T \cdot Y^0 = V^T \cdot Y^0 = \begin{pmatrix} V_1^T \\ \cdots \\ V_{36}^T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_1^0 \\ \cdots \\ Y_{325}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{\xi=1}^{325} V_{1,\xi} Y^0(\xi) \\ \cdots \\ \sum_{\xi=1}^{325} V_{36,\xi} Y^0(\xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{1,\Delta_1} Y^0(\Delta_1) \\ \cdots \\ V_{36,\Delta_{36}} Y^0(\Delta_{36}) \end{pmatrix}. \qquad (11)$$

Здесь $Y^0(\xi)$ есть $\xi-$ый компонент вектора Y^0, соответствующей тройке (n', c_1', c_2') при $\xi = 65c_2' + 13c_1' + n' + 1$. Таким образом, из-за $V_{\beta,\Delta_\beta} = 1$, $\beta = 1,...,36$, на основе формулы (11) решение задачи определяется по формуле: $h_\beta = k_\beta = Y^0(\Delta_\beta)$, $\beta = 1,...,36$.

4. Заключение. В работе изложена методика решения задачи оптимального синтеза двоичных 3D-модулярных динамических систем с ортогональными входными последовательностями. На основе этой методики решена одна индивидуальная задача оптимального синтеза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фараджев Р.Г. Линейные последовательностные машины./ Р.Г. Фараджев –М.: Советское радио, –1975. –248 с.
2. Блюмин С.Л., Фараджев Р.Г. Анализ и синтез конечных линейных последовательностно-клеточных машин // Автоматика и телемеханика. –1981. –№6. –С. 57-66
3. Фараджев Р.Г. Методы и алгоритмы решения задачи квадратичной оптимизации для двоичных последовательностных машин / Р.Г.Фараджев, Ф.Г. Фейзиев. –Баку: Элм, –1996. –180 с.
4. Фейзиев Ф.Г. Модулярные последовательностные машины: основные результаты по теории и приложению / Ф.Г.Фейзиев, М.Р. Фараджева (Мехтиева). –Баку: Элм, –2006. –234 с.
5. Байбатшаев М.Ш. Об одной задаче квадратичной оптимизации двоичных нелинейных последовательностных машин / М.Ш.Байбатшаев, Ю.С. Попков // Автоматика и телемеханика. –1978. –№ 12. –С. 37-47
6. Фараджев Р.Г., Фейзиев Ф.Г. К задаче квадратичной оптимизации для двоичных многомерных нелинейных последовательностно-клеточных машин / Р.Г.Фараджев, Ф.Г.Фейзиев // Автоматика и телемеханика. –1996. –№5. –С. 104-119
7. Фараджев Р.Г. Аналитическое описание и квадратичная оптимизация двоичных многомерных нелинейных последовательностно-клеточных машин / Р.Г.Фараджев, А.Т.Нагиев, Ф.Г. Фейзиев / Докл. РАН. –1998. –Т. 360. –№ 6. –С.750- 752
8. Фейзиев Ф.Г. Задача синтеза двоичных $3D$ –нелинейных модулярных динамических систем / Ф.Г.Фейзиев, З.А. Самедова // Известия НАН Азербайджана, сер. физ.-техн. и мат. наук: Информатика и проблемы управления, –2009, –Т. XXIX, –№6, –С.126-133.
9. Фейзиев Ф.Г. Полиномиальное соотношение для представления полной реакции $3D$ - нелинейных модулярных динамических систем / Ф.Г. Фейзиев, З.А.Самедова // Электронное моделирование. –2011. –Т. 33. –№2. –С.33-50

10. Фейзиев Ф.Г. Полиномиальное соотношение для представления полной реакции одного класса двоичных 4D-модулярных динамических систем / Ф.Г.Фейзиев, Н.Б.Абаева // Вестник Пермского университета. Серия Математика. Механика. Информатика. –2019. –Вып. 2(45). –С 46–54.
11. Фейзиев Ф.Г. Аналитическое представление полной реакции одного класса двоичных $3D$ -многомерных нелинейных модулярных динамических систем / Ф.Г.Фейзиев, М.Р.Мехтиева // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. –2019. –№ 49. –С 82–91
12. Фейзиев Ф.Г. Задача оптимального синтеза двоичных $4D$ нелинейных модулярных динамических систем / Ф.Г.Фейзиев, Н.Б.Абаева // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, –2020, –№ 53, –С. 102-109.
13. Фейзиев Ф.Г. Условия ортогональности входных последовательностей одного класса двоичных 4D – нелинейных модулярных динамических систем / Ф.Г.Фейзиев, Н.Б.Абаева // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, – 2021, –№ 55, –С. 80-90
14. Мехтиева, М. Р. Алгоритм решения задачи оптимального синтеза двоичных 3d-многомерных нелинейных модулярных динамических систем / М. Р. г. Мехтиева // SDU. Elmi xəbərlər. Təbiət və texniki elmlər bölməsi. – 2021. – Т. 21. – № 2. – С. 4-12.
https://elibrary.ru/item.asp?id=46287055

XÜLASƏ

BİR SİNİF İKİLİK 3D –MODULYAR DİNAMİK SİSTEMLƏRİN OPTİMAL SİNTEZİ MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

Mehdiyeva M.R.

Açar sözlər: *3D- modulyar dinamik sistemlər; optimal sintez məsələsi; Volterra polinomları; ortoqonal giriş ardıcıllıqları; fərdi məsələ.*

Qeyd olunmuş yaddaşlı, məhdud əlaqəli, verilmiş dərəcəli ikilik 3D–modulyar dinamik sistemlər üçün optimal sintezi məsələsinə baxılır. Məhdud əlaqə tam ədədlər çoxluğunun iki məhdud altçoxluqlarının Dekat hasili kimi təsvir olunur. Fərz olunur ki, 3D–modulyar dinamik sistemin grişinə ortoqonal giriş ardıcıllıqlı daxil olur. 3D–modulyar dinamik sistemin optimal sintezi məsələsinin həlli metodikası qısaca şərh olunur. Bu metodika əsasında bir fərdi optimal sintez məsələsinun həllinin tapılması şərh olunur.

SUMMARY

ON THE PROBLEM OF OPTIMAL SYNTHESIS OF ONE CLASS OF BINARY 3D- MODULAR DYNAMIC SYSTEMS

Mekhtiyeva M.R.

Key words: *3D- modular dynamic systems; optimal synthesis problems; a Walterra polynomial; orthogonal input sequences; individual problems.*

The problem of optimal synthesis for binary 3D-modular dynamical systems with fixed memory, limited connection and a given degree. A limited connection is represented as a Cartesian product of two bounded sets, which are subsets of the sets integer numbers. It is assumed, input of 3D-modular dynamic systems enters ortogonal input sequences. A methology for solving the problem of synthesis of 3D- modular dynamical systems is brieflu described. On the basis of this methology, the finding of a solution to one individual problem of optimal synthesis is presented.

Daxilolma tarixi: İlkin variant 01.09.2021
Son variant 29.09.2021